

УДК: [159.955+159.956]

*Мойсеєнко Лідія Анатоліївна,  
Витвицька Оксана Миколаївна,  
Кулініч Галина Михайлівна*

## **СТРАТЕГІЯ АНАЛОГІЗУВАННЯ ЯК МИСЛЕННЄВИЙ МЕХАНІЗМ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ТВОРЧОЇ МАТЕМАТИЧНОЇ ЗАДАЧІ**

**Мойсеєнко Л. А., Витвицька О. М., Кулініч Г. М. Стратегія аналогізування як мисленнєвий механізм розв'язування творчої математичної задачі.** У статті розглядаються питання стосовно психологічної сутності механізмів розв'язування творчої математичної задачі. Акцентується увага на наявності алгоритмів розв'язування багатьох типів математичних задач, що аргіогі призводить до застосування мисленневих дій за аналогією при розв'язуванні нових математичних задач. За результатами аналізу досліджень математичного мислення, означено підхід до його вивчення через аналіз переважаючих мисленневих дій при розв'язанні творчих математичних задач. Аналогізування вважається одним із мисленневих тенденцій у творчому математичному мисленні, що часто проявляється впродовж всього процесу розв'язування математичних задач. Авторами виділяється три складові процеси: процес розуміння, процес прогнозування та апробаційний процес, що містять свої мікроетапи. Встановлено, що дії за аналогією зустрічаються на кожному мікроетапі складових процесів творчого математичного мислення та проведено аналіз пошуків аналогів на кожному мікроетапі складових. Дії за аналогією до відомих еталонів можуть як сприяти пошуковій діяльності, так і перешкоджати їй. Констатовано, що у деяких випадках мисленнєві дії за аналогією набувають стану переважаючих мисленневих тенденцій і приводять до результативності пошукового процесу. Зроблено акцент на значущості суб'єктивної впевненості у якості отриманого результату, у можливості продовження мисленневих дій із застосуванням аналогів. Доведено, що у випадку, коли тенденція до аналогізування переважає впродовж усіх складових процесів і суб'єкт отримує суб'єктивну впевненість у правильності своїх дій, така тенденція перетворюється у мисленнєву стратегію аналогізування.

**Ключові слова:** творче математичне мислення, аналогізування, мисленнева тенденція, мисленнева стратегія.

**Мойсеєнко Л. А., Витвицькая О. М., Кулинич Г. М. Стратегия аналогизирования как мыслительный механизм решения творческой математической задачи.** В статье рассматривается вопрос касающийся психологической сущности механизмов решения творческой математической задачи. Акцентируется внимание на наличии алгоритмов решения многих типов математических задач, которые аргіогі приводят к использованию мыслительных действий по аналогии при решении новых математических задач. По результатам анализа исследований математического мышления, определен подход к его изучению через анализ преобладающих мыслительных действий при решении творческих математических задач. Аналогизирование считается одной из мыслительных тенденций в творческом математическом мышлении, которая часто проявляется на протяжении всего процесса решения математических задач. Авторы выделяют три составные процесса: процесс понимания, процесс прогнозирования и апробационный процесс, которые состоят из ряда своих микроэтапов. Установлено, что действия по аналогии встречаются на каждом микроэтапе составных процессов творческого математического мышления и проведен анализ поисков аналогов на каждом микроэтапе составляющих. Действия по аналогии к известным эталонам могут как содействовать поисковой деятельности, так и препятствовать ей. Констатируется, что в некоторых случаях мыслительные действия по

аналогії преобретають статус превосходящих мыслительных тенденций и приводят к результативности поискового процесса. Сделан акцент на значимости субъективной уверенности в качестве полученного результата, в возможности продолжения мыслительных действий с использованием аналогов. Доказано, что в случае, если тенденция к аналогизированию доминирует на протяжении всех составных процессов и субъект преобретает уверенность в правильности своих действий, такая тенденция превращается в мыслительную стратегию аналогизирования.

**Ключевые слова:** творческое математическое мышление, аналогизирование, мыслительная тенденция, мыслительная стратегия.

**Постановка проблеми.** Різноміснi дослідження мисленнєвого процесу, спрямованого на вирішення творчих завдань у різних галузях науки і техніки, завжди було актуальним завданням для психології. Збільшення ролі математики в розвитку практично всіх наук, надає особливої актуальності дослідженням творчого математичного мислення.

Однією з особливостей математичної діяльності є наявність алгоритмів розв'язання багатьох математичних задач [2, 7]. Тобто, для розв'язання певного типу задач існує вказівка про конкретні операції та їх послідовність виконання на шляху до знаходження розв'язку [3], що, на нашу думку, роблять дії за аналогією особливо значущими для математика. Поряд з цим, результативність мисленнєвого пошуку часто досягається всупереч діям за аналогією, або іншим шляхом (наприклад, за допомогою комбінування). Такий стан справ висуває *проблему дослідження місця і ролі дій за аналогією* у творчому математичному мисленні.

Означуючи творче мислення як цілеспрямовану діяльність, в процесі якої здійснюється переробка інформації, його дослідники часто виділяють у ньому когнітивну, операційну, регулятивно-особистісну складову. Цим самим підкреслюється неможливість його функціонування без опори на знання і минулий досвід, і в той же час, необхідність виходу за межі наявних знань і досвіду. Це відбувається за допомогою певних мисленнєвих операцій, що селекціонуються і скеровуються *мисленнєвою тенденцією* – суб'єктивною перевагою у використанні тих чи інших мисленнєвих операцій. Ці переваги охоплюють і особливість творчої задачі, і суб'єктивні мисленнєві вподобання; вони відображають взаємодію процесуальної і особистісної складових творчого мислення; вони охоплюють всі складові процеси і етапи при розв'язуванні творчих задач. До таких переваг слід віднести і переважаючі дії за аналогією.

Саме тому, із нашої точки зору, *актуальним* є вивчення сутності, змісту і функціонування мисленнєвих тенденцій у творчому математичному мисленні і мисленнєвої тенденції аналогізування, зокрема.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Теоретичний аналіз наукової літератури свідчить, що мисленнєві тенденції можуть формуватися у *мисленнєві стратегії*. Поняття «мисленнєва стратегія» є досить глибоким, адже його зміст відображається навіть у формуванні критеріїв творчої мисленнєвої діяльності. Зокрема В. О. Моляко вважає сформовану мисленнєву стратегію і критерієм, і сутністю процесуального змісту творчого мислення [6].

Узагальнюючи позиції науковців щодо сутності поняття стратегія мислення (спосіб розв'язання, метод розв'язання [1, 9, 10] план розв'язання [8, 11]; засіб розв'язання [4, 6], зауважимо, що головна функція стратегій - упорядкування інформації, створення схем і структур, які ведуть до її спрощення. Психологічно, стратегія пов'язується з ланцюгом суб'єктивних актів із розподілом конкретних дій, які сприяють досягненню необхідного результату. Стратегія завжди індивідуалізована, завжди має специфічний особистісний відтінок.

Окрім того, при розв'язанні задач, стратегія вказує на закономірності в процесі розв'язання і більше асоціюється із загальною спрямованістю розумових дій, їхньою динамікою. Саме такий погляд представляє В. О. Моляко. Автор наголошує, що стратегія є динамічним, процесуальним утворенням і являє собою суб'єктивну розумову перевагу, яка спрямовує інтелектуальні дії суб'єкта при розв'язанні нових задач. Стратегія, на його думку, не містить детального плану, є а ні способом, а ні методом розв'язання, а є індивідуалізованою розумовою тенденцією, проявом спрямованості мисленнєвої діяльності особистості. Вона не є формально-логічною програмою дій. Вона визначає її характер, якість, обумовлює спрямованість пошукових дій. Це „... більш-менш гнучка система об'єктивно і ситуативно визначених дій, у якій переважає тенденція до суб'єктної переваги одних розумових дій іншим» [6]. Суб'єкт, під дією однієї і тієї ж стратегії може скласти різні плани, впроваджувати різні способи розв'язання конкретної задачі

Відносно стійка, але гнучка система суб'єктивно привабливих дій, стратегія функціонує впродовж всього процесу розв'язання задач: при вивченні умови задачі; при пошуку шляху розв'язування; при втіленні проекту розв'язку. Це дає підстави розглядати функціонування мисленнєвої стратегії на кожному етапі процесу розв'язання задачі (вивчення умови задачі, побудова проекту розв'язку, перевірка проекту розв'язку), впродовж кожного складового процесу, що міститься у процесі розв'язування творчої задачі (процесу розуміння, процесу прогнозування, апробаційного процесу) [5]. Мова йде про виявлення сутності, змісту стратегії через мисленнєві прийоми, застосовані до аналізу умови задачі, через зміст гіпотез стосовно розв'язку задачі, через переважаючі мисленнєві операції, що застосовуються при оперуванні з структурними елементами задачі, через співвіднесення мисленнєвого результату з умовою і вимогою задачі.

В українській психологічній школі виділяються кілька мисленнєвих стратегій: аналогізування, комбінування, реконструювання, універсальна. В цій роботі досліджується функціонування стратегії аналогізування у творчому математичному мисленні студентів технічного вузу. Зауважимо, що процес навчання в технічному ВНЗ передбачає опанування великим обсягом математичних знань та формування у студентів умінь і навичок послуговуватися ними при вирішенні технічних завдань. Саме тому, із нашої точки зору, **актуальним є вивчення такого аспекту творчого математичного мислення студентів** технічного ВНЗ, як майбутніх спеціалістів, що залучатимуть його до вирішення професійних завдань. **Метою нашої статті** є ана-

ліз змісту, психологічної сутності, функціонування мисленнєвої тенденції аналогізування впродовж розв'язання різних творчих математичних задач студентами технічного ВНЗ та процес її переродження у мисленнєву стратегію аналогізування.

**Виклад основного матеріалу.** Ми провели експериментальне дослідження творчого математичного мислення студентів Івано-Франківського національного технічного університету нафти й газу в процесі розв'язання ними математичних задач. Кожен студент із 435 студентів розв'язав по 20 різних математичних задач (на знаходження невідомої величини, на доведення, на побудову, евристичних задач). Це дало нам можливість дослідити сутність, зміст і роль мисленнєвих стратегій взагалі та стратегії аналогізування зокрема.

Наголосимо, що ми вважаємо творчий мисленнєвий процес, спрямований на розв'язання математичної проблеми триєдиним процесом, який включає процес розуміння задачі, процес формування її розв'язку і процес апробації знайденого розв'язку. Ці процеси проникаючи один у одного, взаємодоповнюють інші процеси, а результат одного із складових процесів має свою значущість і для решти [5]. Тому про мисленнєву стратегію варто судити, аналізуючи саме такі складові процеси, виявляючи її присутність у мисленнєвих діях кожного процесу, вивчаючи її вплив на результативність кожної складової.

Зупинимося більш детально на дослідженні дій за аналогією. Звісно, що творча задача передбачає не безпосереднє використання відомих алгоритмів. Вони використовуються після адаптації до задачної ситуації. Відоме правило використовується як допоміжний інструмент досягнення мети. Саме про таке аналогізування йде мова, коли аналізується творче математичне мислення.

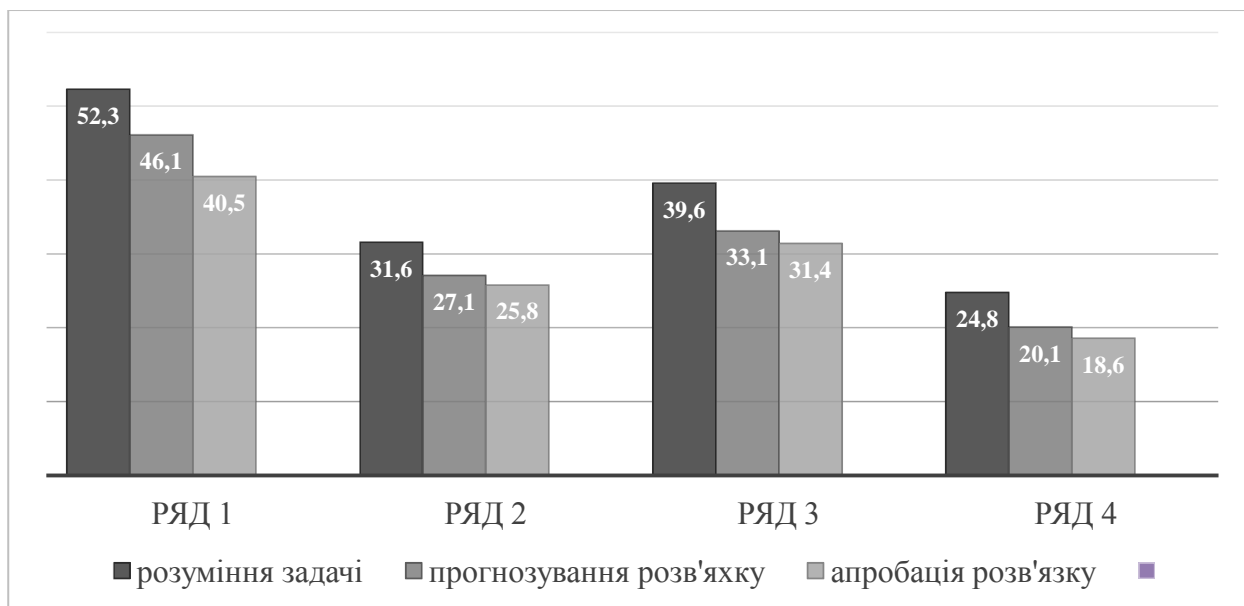
Для цього здійснимо аналіз проявів мисленнєвих тенденцій у студентів при розв'язуванні експериментальних математичних задач, зосередившись на процесах розуміння, формування задуму та апробації задуму і з'ясуємо дію мисленнєвих переваг при розв'язуванні задач на знаходження невідомої величини, на доведення, на побудову та при розв'язуванні евристичних задач. Для цього продемонструємо кількісні дані за допомогою діаграми на рис. 1.

Очевидно, що мисленнєва тенденція аналогізування не має локального характеру – не відноситься лише до певного складового процесу; не виявляється лише при розв'язуванні певного класу задач. Вона носить суб'єктивний характер і опирається на установки, знання, вміння, навички, вподобання того, хто розв'язує математичну задачу.

Для більш глибокого аналізу прояву мисленнєвої тенденції аналогізування скористаємося виділеними нами мікроетапами складових процесів [5]. Зокрема, у процесі розуміння це: загальне ознайомлення з умовою задачі; розподіл умови на головну й другорядну частини; перекодування задачі на «свою мову»; доповнення тексту ескізами, замальовками; новий рівень вивчення умови задачі; виділення сутності задачі; етап включення умови математичної задачі в ланцюг досвіду студентів.

Відразу зауважимо, що відносно більша частота використання аналогії у процесі розуміння задачі може бути, на нашу думку, пояснена психологіч-

ною сутністю цього процесу. Адже, розуміння передбачає зіставлення невідомого з певним еталоном, що, звісно, активізує дії за аналогією. Розглянемо більш детально застосування таких дій.



**Рис. 1** Кількісна оцінка використання аналогізування при розв'язування задач різних класів: ряд 1- задачі на знаходження невідомої величини, ряд 2-Задачі на доведення, ряд 3 – задачі на побудову, ряд 4 – евристичні задачі.

При загальному ознайомленні з умовою задачі, студенти з'ясовували чи зустрічали задачі такого типу, впізнавали значення математичних символів. Перше прочитання задачі мало для них орієнтовне значення і було, якщо точніше визначати, розумінням-пригадуванням за допомогою якого знання діставалися із пам'яті. Студенти з'ясовували певний рівень аналогії нової задачі із відомими їм прикладами. Про це свідчили репліки, запитання («Подібну задачу вже розв'язував»).

Дії за аналогією яскраво ілюструються поділом умови на головну й другорядну частини, коли настає розподіл задачі на умову і вимогу. В більшості випадків на цьому етапі студенти намагаються виявити основне завдання задачі (знайти невідому величину, довести, побудувати). Запитання студентів до експериментатора, носили уточнюючий характер і були свідченням зведення нової задачі до відомого аналога. В тих задачах, де висувалась вимога «дослідити» (евристичні задачі), ми фіксували багато запитань і реплік із приводу змісту такої вимоги, які часто свідчили про активізацію мисленнєвих дій за аналогією.

Як вже згадувалося, для математичних задач характерним є існування алгоритмів розв'язання різних задач, тому у процес розуміння вплітається суб'єктивне вбачання в новій задачі вже відомої задачі, а умова задачі за деякими ознаками могла ставати аналогічною до відомої. Розпочинається вкраплення елементів відомих задач у контекст нової, а, відтак, настає *перекодування задачі на «свою» мову*.

Смисл математичної задачі визначається інтерпретацією структурних елементів через яку-небудь гіпотезу. Часто такі гіпотези за змістом є гіпотезами про аналогію. Якщо гіпотеза про подібність до відомої задачі достовірна, то дії за аналогією у подальшому приводять до результативного зведення нової задачі до відомого аналога. Однак, часто переведення задачі на «свою мову» відбувається за хибним аналогом, що призводило до мисленневих помилок.

Експериментальні задачі були запропоновані або в текстовій чи символній формі й частина з них мала доповнення у вигляді графіків, креслень, або у формі графіків, схем, геометричних фігур із текстовим доповненням завдання. Ми спостерігали на початкових етапах мисленневої діяльності прагнення студентів зіставляти текст із наявними малюнками або доповнювати задачі «ілюстраціями». Фактично, якщо такий етап (*етап доповнення тексту задачі кресленнями, ескізами, малюнками*) присутній, то він є продовженням попереднього, адже графічна чи схематична інтерпретація тексту і текстовий опис графічної чи схематичної інформації – це і є переведення змісту задачі на «свою» мову.

Роль аналогізування при співставленні графічної й текстової інформації в процесі розуміння творчої математичної задачі не однозначна, адже, математичний мисленневий процес значною мірою опирається як на аналітичне, так і на графічне тлумачення, ілюстрування. Мисленневі дії за аналогією мають, так би мовити, подвійний шанс проявитися. Адже існування алгоритмів – це ще і існування алгоритмів побудови певних геометричних фігур (традиційного ракурсу їх зображення), що часто приводить до відомих мисленневих висновків, у той час як зміна ракурсу рисунка веде до зміни мисленневих наслідків. У нашому дослідженні ми спостерігали, як супроводження текстового завдання «провокаційними» рисунками, а, відтак, штучне стимулювання активізації дій за аналогією, часто приводило до хибного розуміння такого завдання.

В подальшій пошуковій діяльності (*на етапі нового рівня вивчення умови задачі*) спостерігається детальне обстеження елементів задачної ситуації, виявлення великої кількості їх властивостей. Відбувається встановлення взаємозв'язків нового об'єкта з наявними знаннями, вираження змісту нового у термінах і поняттях, знайомих суб'єкту, що розв'язує задачу. Якщо задача переведена на «свою мову» згідно відомого аналогу, то й обстеження проводиться на основі відомого аналогу: з'ясовується наявність аналогічних функцій, властивостей. Для математики, що опирається на формалізовані образи, оперує символами, числами, важливим є настання взаємоузгодження семантичного й формального змісту, який містить задача. Наприклад, при розв'язанні диференційного рівняння, із його загального вигляду, суб'єктові надходить інформація про тип цього диференційного рівняння і для знаходження його загального розв'язку не потрібно знати, який фізичний процес воно описує. У той час як при встановленні множини точок, що описуються нерівністю  $x^2 + y^2 \leq 1$ , необхідно знати, де ця множина точок розміщена: на площині (круг), чи у просторі (циліндричне тіло).

На етапі виділення сутності задачі настає ще один поділ задачі на частини: відділяється суттєве й другорядне. Це етап ще однієї переоцінки задачі – відбувається внутрішній поділ задачі на частини: 1) яка інформація відома для досягнення мети (обчислити, довести, побудувати) і яку необхідно ще добути; 2) які теоретичні відомості вже можна використати, а які ще невідомо як використати; 3) які засоби можна застосувати для цього.

Тобто задача набуває вигляду більш-менш цілісної системи математичних об'єктів, у якій починають діяти комплекси математичних символів або алгебраїчних виразів, що мають свої математичні значення, властивості (наприклад,  $(x + 1)^2 \geq 0$ ,  $\frac{x}{y} \leq 1$  і т. п.).

Нерідко на цьому етапі задача одного типу перетворюється в розряд задач іншого типу під дією відомого аналога. Наприклад, рівняння четвертого степеня стає рівнянням другого степеня, алгоритм розв'язування відомий.

Однак задача ще містить ряд пробілів, які не дають можливості скласти вичерпну характеристику цієї системи, тобто існують «зайві», або «недостаючі» елементи у задачі. Подальший мисленневий процес спрямовується на заповнення виявлених пробілів, що відбувається за рахунок конкретного використання наявних знань. Цьому сприяє також встановлення аналогій чи протилежностей, про що свідчить аналіз запитань і висловлень. Усе ж, якщо на попередніх етапах виникла ідея подібності, запропонованої задачі до відомого аналога, продовжується пошук підтверджень цього. Аналогізування часто стає переважаючою мисленневою дією. У таких випадках виниклі зародки мисленневої переваги діяти за аналогією, на початку роботи над задачею, з поглибленням її розуміння трансформуються у чим раз стійкішу мисленневу тенденцію.

Тобто, можна констатувати, що у процесі розуміння творчої математичної задачі, має місце пошук аналогів. Поодинокі дії за аналогією можна виявляти як на кожному його мікроетапі, так і фіксувати стійкість мисленневої переваги діяти за аналогією впродовж усього процесу розуміння задачі. Застосування аналогії ситуативне, пов'язане із змістом задачі та суб'єктом розв'язування. Результативність аналогізування у процесі розуміння задачі також різна: може привести як до вірного результату, так і до хибного.

Етап формування розв'язку розпочинається з висування гіпотези стосовно принципів розв'язання і за своєю сутністю є процесом висування й перевірки гіпотез. Вони можуть виникати як результат планомірного мисленневого обстеження складових задачі, або як результат неусвідомленої суб'єктом переваги одних елементів над іншими. Адже, в мисленні суб'єкта, що розв'язує творчі математичні задачі, існують готові логічні форми, що утворені мишиним досвідом. Тобто, в обох випадках мають місце дії за аналогією (усвідомлені, чи ні).

Відомі алгоритми розв'язання певного типу математичних задач сприяють виникненню гіпотез «під ці алгоритми». Ми дуже часто спостерігали виникнення гіпотез, пов'язаних із зведенням даної задачі до задачі,

відомої суб'єкту, тому часто фіксували висловлювання на зразок: «Це така задача, як...», «Я колись розв'язував задачу подібну до даної.» тощо. Значення гіпотез такого змісту неоднозначні. Адже, з одного боку, дії за аналогією до відомої задачі прискорює процес розв'язання, з іншого - якщо таке зведення не коректне, то хибна гіпотеза про подібність задач блокує пошуковий процес. Тому вони можуть як сприяти процесу розв'язання, так і заважати йому - «консервувати» пошуковий процес. Зокрема, дії за аналогією, можуть звести нову математичну задачу до відомої, що завершується рутинним методом її розв'язання, в той час, як оригінальний творчий розв'язок вимагає іншого бачення задачі, через відмову від застосування відомих алгоритмів.

Назагал, у процесі прогнозування розв'язку можна виділити ряд мікроетапів: виділення орієнтирів у задачі, формування провідної ідеї, наповнюється змістом провідної ідеї, побудова логічного ланцюга міркувань, впродовж яких також можна фіксувати дії за аналогією.

Зокрема, так як розв'язання задачі опирається на суб'єктивний відбір певних елементів із тих, що існують і певних дій над ними, то відбувається акцентування уваги на одних елементах (вони перетворюються в **орієнтири** пошукової мисленнєвої діяльності) і «випадання» із мисленнєвого процесу деяких інших елементів задачі. Часто таке виділення проходить під дією відомого аналога.

У подальшому формується первинне поняття про розв'язок, що породжує гіпотезу спрямовану на її реалізацію (**провідну ідею**). Надалі пошуковий процес скеровується цією гіпотезою. Саме так виникає, наприклад, ідея скористатись конкретною відомою задачею для розв'язання нової – застосувати відомий аналог, адже наявність алгоритмів розв'язання для багатьох математичних проблем, досвід оперування ними формує у студентів мисленнєві дії за аналогією.

Виникаючи, первинне поняття про розв'язок творчої математичної задачі спочатку є нечітким і містить численні пробіли, які потребують спеціальних мисленнєвих дій. Провідна ідея також не є чіткою і конкретною, тому потребує розвитку, деталізації. Така ідея спричинює подальше застосування структурних елементів. До уваги беруться ті їх властивості, що сприяють її розвитку, реалізації задуманого. У випадку, якщо мова йде про ідею застосування відомого результату, то відбувається адаптація умови до такого вигляду, щоб можна було провести задумане застосування. Відбувається **наповнення змістом** провідної ідеї, що за змістом є методом деталізації виниклого первинного поняття про розв'язок. З ледь помітної переваги пошуку в конкретному напрямку вона перетворюється у суб'єктивне переконання результативності такого напрямку пошуку. Таке переконання настає на основі детальної апробації відповідності обраного шляху умові задачі, тобто з'ясовується чи не порушує обраний шлях логіку задачної ситуації, чи існує достатньо умов для його реалізації. Виділяється конкретна ланка в умові задачі, із якої розпочинається будова **логічного ланцюга**, що приводить до



конкретного розв'язку. У всіх цих мисленневих кроках можна часто спостерігати дії за аналогією.

Тобто, процес прогнозування розв'язку творчої математичної задачі часто здійснюється за допомогою пошук аналогів на кожному його мікроетапі, хоч кількість дій за аналогією помітно зменшується. Застосування аналогії також ситуативне, пов'язане із змістом задачі та суб'єктом розв'язування. Результативність аналогізування у процесі прогнозування різна і може привести як до вірного результату, так і до хибного.

Мисленнева діяльність супроводжується апробацією мисленневих результатів. Органічно вплітаючись у пошуковий процес, апробація проміжних мисленневих дій значною мірою корегує його [4, 8, 7]. У процесі апробації, що супроводжує пошук розв'язку творчої математичної задачі можна виділити ряд мікроетапів: селекціонування структурних елементів, селекціонування проміжних гіпотез, дослідження нових структурних елементів, дослідження мікронаслідків логічних кроків, апробація сформованої гіпотези розв'язку.

Апробації піддаються усі гіпотези, що виникають. Якщо це стосується розуміння творчої математичної задачі, то апробація мисленневих результатів є допоміжним актом, інструментом процесу розуміння. Виходячи з того, що розуміння часто базується на порівнянні, а еталон порівняння вибирається з багатьох можливих, то операція порівняння переходить у процес апробації відібраного елемента. Таким чином проходить **селекціонування структурних елементів**. Якість такої апробації визначає певною мірою якість розуміння задачі, а якість самої апробації визначається станом розуміння.

Пізніше, апробаційні дії спрямовуються. На відбір гіпотез, відбір провідної ідеї. Саме завдяки їй відкидають одні гіпотези, а з найбільш близьких формується магістральний рух думки (**селекціонування гіпотез**). В подальшому пошуковий процес спрямовується на наповнення деталями провідної ідеї, а в процесі апробації проявляється у **дослідженні нових структурних елементів та їх властивостей**.

Апробаційні дії активізуються в процесі побудови логічних кроків, якими наповнюється провідна ідея. Тепер апробується доцільність використання певного елемента, на основі конкретних властивостей, актуалізованих конкретних теоретичних фактів, новоутворених структурних елементів. Дослідженню на корисність для провідної ідеї піддаються отримані мікронаслідки з кожного логічного кроку (**дослідження мікронаслідків логічних кроків**). Завершується апробаційний процес перевіркою і дослідженням гіпотези розв'язку (**апробацією гіпотези розв'язку**).

Дослідники відзначають, що, важливим моментом процесу апробації будь-якої гіпотези – є момент настання суб'єктивної впевненості в її правильності (або неправильності) [5, 6]. Таким чином, апробація проекту розв'язку, сприяючи конкретизації й деталізації уявлення про розв'язок і формуючи суб'єктивну впевненість у правильності розв'язку, перетворює його

з гіпотези у розв'язок. При цьому апробаційний процес розв'язку творчої математичної задачі часто здійснюється за допомогою пошук аналогів на кожному його мікроетапі.

Однак, хоча при перевірці сформованої гіпотези розв'язку творчої задачі суб'єкт часто має можливість застосувати відомі йому алгоритми, все ж кількість дій за аналогією помітно зменшується у процесі апробації мисленневих результатів. Це можна пояснити тим, що апробація математичних результатів включає їх дослідження у різноманітних умовах, часто у мисленнево створених самим розв'язуючим суб'єктом (наприклад, надання параметрам задачі різноманітних значень).

Деколи пошук розв'язку й апробація відбуваються одночасно, на основі одних і тих же дій, суб'єктивне переконання достовірності отриманого результату формується паралельно з побудовою гіпотези розв'язку. Зокрема такий стан справ мав місце тоді, коли суб'єктові на початкових етапах пошукової діяльності (у процесі розуміння чи проектування розв'язку) вдалось адаптувати відомий алгоритм розв'язання до нової задачної ситуації. Це відкидало потребу у додатковій глибокій апробації гіпотези, хіба що для перевірки обчислювальних чи перетворювальних дій. Саме така апробація нагадувала перестраховування в отриманні якісного результату. Вона надавала гарантії суб'єкту в його якості, на фоні вже майже сформованої суб'єктивної впевненості в його правильності. Основний зміст перевірко-вих дій в цьому випадку співпадав із діями, спрямованими на формування гіпотези розв'язку, а, отже, часто спрямовуються миленневою тенденцією діяти за аналогією.

Якщо ж апробаційні дії, що спрямовані на перевірку гіпотези розв'язку, виділяються в окремий пошуковий етап, вони також часто підпорядковувалися мисленневій тенденції діяти за аналогією. При цьому, якщо суб'єкт формує свій план перевірки на основі аналогії, то мається на увазі й метод перевірки за аналогією до відомого методу й перевірка знайденої гіпотези розв'язку в ситуаціях, аналогічних до умови задачі. Мова йде про формування завдання етапу перевірки за аналогією до того, яке відоме суб'єкту або про пошук аналогічної до відомої йому інтерпретації знайденої гіпотези.

**Висновки.** Таким чином, процес апробації також часто спрямований суб'єктивною мисленневою тенденцією діяти за аналогією. Ця мисленнева тенденція розвиваються аж до мисленневої стратегії усього пошукового процесу і стає такою завдяки виникненню суб'єктивної впевненості у правильності пошукових дій, що, у свою чергу, є психологічним результатом процесу апробації.

Тенденція мисленневого аналогізування, що проявляються в пошуковому процесі і виражаються у суб'єктивній перевазі використовувати дії за аналогією разом із настанням суб'єктивної впевненості у правильності розв'язку, сприяють суб'єктивному усвідомленню сутності розв'язку: його змісту, спрямованості дій, завдяки яким його досягнуто. Якщо, при цьому,

аналогізування є переважаючим впродовж пошукового процесу, то все це разом складає **стратегію аналогізування** мисленневих дій суб'єкта.

Однак, спостерігаючи функціонування мисленневих переваг до аналогізування у пошуковій діяльності студентів, ми, не завжди фіксували їх переродження у переважаючі мисленневі тенденції, а відтак і створення мисленневої стратегії аналогізування.

Тобто, можна констатувати, що дії за аналогією спостерігаються впродовж усього пошукового процесу, спрямованого на розв'язання творчої математичної задачі. Вони не зводяться до перенесення раніше створеного, а передбачають внесення чогось нового в аналог. Аналогізування відбувається через мисленнєву операцію порівняння, при цьому спільне між об'єктами може виявитися суттєвим, або ні; схожість може бути повнотою, або частковою; порівняльні об'єкти можуть бути між собою близькими, або віддаленими. З часом, мисленнєва перевага використання аналогів може стати переважаючою мисленнєвою тенденцією аналогізування, що охоплює один або кілька мисленневих процесів (розуміння, прогнозування, апробацію) – певною закономірністю у прийнятті рішень. Якщо така тенденція доповнюється суб'єктивною впевненістю у правильності розв'язку, вона стає стратегією аналогізування.

#### **СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ**

1. *Гурова Л. Л.* Процессы понимания в развитии мышления [Текст] Гурова Л. Л. // *Вопр. психологии.* М., 1986. – № 2. – С. 126-137.
2. *Клайн М.* Математика. Поиск истины [Текст] / Клайн М. – М.: Мир, 1988. – 295 с.
3. *Крутецкий В. А.* Психология математических способностей школьников [Текст] / Крутецкий В. А. – М.: Просвещение, 1968. – 432 с.
4. *Машбиц Е. И.* Психологические основы управления учебной деятельностью [Текст] / Машбиц Е. И. 0- К.: Выща школа, 1987. – 224 с.,
5. *Мойсеєнко Л. А.* Психология творческого математического мышления [Текст] / Мойсеєнко Л. А. – Івано-Франківськ: Факел, 2003. – 481 с.
6. *Моляко В. А.* Психология конструкторской деятельности [Текст] / Моляко В. А. – М.: Машиностроение, 1983. – 136 с., С. 18.
7. *Мордухай-Болтовский Д. Д.* Философия, Психология. Математика [Текст] / Мордухай-Болтовский Д. Д. – М: Серебряные нити, 1998. – 552 с.
8. *Пойя Д.* Математическое открытие [Текст] / Пойя Д. – М.: Наука. – 1976. – 448 с.
9. *Халперн Д.* Психология критического мышления [Текст] / Халперн Д. – Санкт-Петербург, 2000. – 503 с.
10. *Borkowski J. G. et al.* Impulsivity and strategy transfer: metamemory as mediator // *Child Development.* – 1983. Vol. 54. P.459-473.
11. *Schoenfeld A. H.* Mathematical problem solving. New Yoek: Acadtmik Press, 1985. – 412 p.

#### **REFERENCES TRANSLITERATED**

1. *Gurova L. L.* Processy ponimaniya v razvitii myshleniya [Tekst] Gurova L. L. // *Vopr. psihologii.* M., 1986. – № 2. – S. 126-137.
2. *Klajn M.* Matematika. Poisk istiny [Tekst] / Klajn M. – M.: Mir, 1988. – 295 s.
3. *Kruteckij V. A.* Psihologija matematicheskikh sposobnostej shkol'nikov [Tekst] / Kruteckij V. A. – M.: Prosveshhenie, 1968. – 432 s.

4. *Mashbic E. I.* Psihologicheskie osnovy upravlenija uchebnoj dejatel'nost'ju [Tekst] / Mashbic E. I. 0- K.: Vyshha shkola, 1987. – 224 s.,
5. *Moiseienko L. A.* Psykholohiia tvorchoho matematychnoho myslennia [Tekst] / Moiseienko L. A. – Ivano-Frankivsk: Fakel, 2003. – 481 s.
6. *Moljako V. A.* Psihologija konstruktorskoj dejatel'nosti [Tekst] / Moljako V. A.– M.: Mashinostroenie, 1983. – 136 s., S. 18.
7. *Morduhaj-Boltovskij D. D.* Filosofija, Psihologija. Matematika [Tekst] / Morduhaj-Boltovskij D. D. – M: Serebrjanye niti, 1998. – 552 s.
8. *Pojja D.* Matematicheskoe otkrytie [Tekst] / Pojja D. – M.: Nauka. – 1976. – 448 s.
9. *Halpern D.* Psihologija kriticheskogo myshlenija [Tekst] / Halpern D. – Sankt-Peterburg, 2000. – 503 s.
10. *Borkowski J. G.* et al. Impulsivity and strategy transfer: metamemory as mediator // Child Development. – 1983. Vol. 54. P.459-473.
11. *Schoenfeld A. H.* Mathematical problem solving. New Yoek: Acadtmik Press, 1985. – 412 p.

**Moiseienko L. A., Vytvytska O. M., Kulinich H. M. Analogizing strategy as a mental mechanism of creative mathematical task's solving.** In the article question concerning the psychological essence of the mental mechanisms of creative mathematical task's solving are observed. The attention is accentuated on the presence of different types of mathematical task's solving algorithms, that apriori reduces to the application of analogizing mental actions when new mathematical tasks' solving. By the results of mathematical thinking researches' analysis, the approach to its study through the analysis of dominating mental actions when the creative mathematical tasks' solving have been defined. Analogizing is considered to be one of the mental tendencies in the creative mathematical thinking that often displays during the whole process of mathematical tasks' solving. The authors distinguish three component processes: the process of understanding, the process of prognostication and approbation process, which contain their microstages. It has been ascertained, that analogizing actions can be met on each microstage of component processes of creative mathematical thinking and the analysis of analogies' searching on each microstage of the components have been carried out. Actions on the analogy to the known etalons can favor the searching activity as well as interfere with it. It has been stated, that in some cases mental actions by the analogy become dominating mental tendencies and reduce the effectiveness of the searching process. It has been accentuated on the significance of subjective confidence in the quality of the gained result, in the ability of continuation of mental actions with the using of analogies. It has been proved, that in the case of domination of analogizing tendency during all component processes and the subject gains the subjective confidence in the correctness of his actions, such tendency transforms into the analogizing mental strategy.

**Keywords:** creative mathematical thinking, analogizing, mental tendency, mental strategy.

*Отримано 29.03.2017*