

technologies, endless learning. The following indicators play an important role as personal features, motivations and the teacher's readiness to develop, to self-improve and continue learning. The lecturer's creative individuality is presented at its different stages. Potential products of pedagogical activity in education are multi-vector that can be implemented both in theoretical (lectures, practices, seminars) and publicational (textbooks, guidebooks) in order to organize the students' scientific and self-education, also to develop new methodological methods of creative thinking, to make new academic curriculum to train students of bachelor and master degree. The carried out research based on the students' material has proved the fundamental theoretical principles when describing a creative lecturer's psychological portrait. The author sees the prospective further research in developing the methods of lecturer's creative thinking, and therefore the students' one.

Keywords: creativity, creative thinking, lecturer, innovational activity, personal features, motivations, endless learning, students.

Отримано 19.11.2019

УДК [159.955+159.956]

*Мойсеєнко Лідія Анатоліївна,
Гураль Інеса Михайлівна,
Смолівик Ліана Романівна*

ПСИХОЛОГІЯ ВЗАЄМОДІЇ ПРОЦЕСІВ РОЗУМІННЯ І АПРОБАЦІЇ В ТВОРЧОМУ МАТЕМАТИЧНОМУ МИСЛЕННІ

Мойсеєнко Л. А., Гураль І. М., Смолівик Л. Р. Психологія взаємодії процесів розуміння і апробації в творчому математичному мисленні. У статті розглядаються питання стосовно психологічної сутності взаємодії мисленнєвих процесів розуміння і апробації при розв'язуванні творчих математичних задач. За результатами досліджень математичного мислення, констатовано його творчий характер та означено підхід до його вивчення через аналіз мисленнєвих дій у процесі розв'язання творчих математичних задач. Наголошено, що результативність пошукових дій досягається завдяки взаємодії числової, символічної та просторової складової математичного мислення. Встановлено, що процеси розуміння математичної задачі та апробація мисленнєвих результатів функціонують впродовж усього процесу розв'язування математичних задач. З'ясовано, що зміст пошукових дій, спрямованих на розуміння задачі та апробацію мисленнєвих результатів залежить від етапів розв'язання задачі (вивчення умови, пошук розв'язку, перевірка знайденого розв'язку), в яких їх процесуально-динамічна сторона не лише проявляється, але й формується. При цьому процеси розуміння творчої математичної задачі та процес апробації є взаємодоповняльними. Встановлено, що розуміння умови задачі формує зміст апробаційних дій, а процес апробації сприяє формуванню розуміння математичної задачі. Апробаційні дії, формуючи суб'єктивну впевненість у правильності (або неправильності) мисленнєвого результату, водночас спрямовані на поглиблення розуміння сутності самої задачі. Апробація мисленнєвих результатів є допоміжним актом, інструментом процесу розуміння, а стан розуміння формує зміст апробаційних дій.

Ключові слова: творче математичне мислення, розуміння математичної задачі, апробація мисленнєвих результатів.

Мойсеєнко Л. А., Гураль І. М., Смолівик Л. Р. Психологія взаємодії процесів розуміння і апробації в творчому математичному мисленні. В статті розглядається питання стосовно психологічної сутності взаємодії

вия мыслительных процессов понимания и апробации при решении творческих математических задач. По результатам исследований математического мышления констатировано его творческий характер и определен подход к его изучению через анализ мыслительных действий в процессе решения творческих математических задач. Подчеркнуто, что результативность поисковых действий достигается при помощи взаимодействия числовой, символической и пространственной составляющих математического мышления. Установлено, что процессы понимания математических задач и апробации мыслительных результатов функционируют на протяжении всего процесса решения математических задач. Определено, что содержание поисковых действий, устремленных на понимание задачи и апробацию мыслительных результатов зависит от этапов решения задачи (изучение условия, поиск решения, проверка найденного решения), в которых их процессуально-динамическая сторона не только проявляется, но и формируется. При этом, процессы понимания творческой математической задачи и апробации взаимодополняют друг друга. Установлено, что понимание условия задачи формирует содержание апробационных действий, а процесс апробации содействует формированию понимания математической задачи. Апробационные действия, формируя субъективную уверенность в правильности (или неправильности) мыслительного результата, одновременно устремлены на углубление понимания сущности самой задачи. Апробация мыслительных результатов является вспомогательным актом, инструментом процесса понимания, а состояние понимания формирует содержание апробационных действий.

Ключевые слова: творческое математическое мышление, понимание математической задачи, апробация мыслительных результатов.

Вступ. У наш час, математика активно включається у вирішення завдань у різних галузях науки і техніки. Саме тому, дослідження мисленнєвого математичного процесу є важливим завданням психології. З іншої сторони вивчення психологією проблеми творчого мислення зумовлюється тим, що її розробка створює підґрунтя для формування особистості, що здатна вирішувати творчі нестандартні завдання, вміти перетворювати знання в знаряддя активних дій, привчатись шукати розв'язок в тих випадках, для яких ще не існує розроблених правил дій.

Слід зауважити, що творчий математичний процес – є процесом, який гармонійно поєднує загальні ознаки інтелектуальної творчості із специфікою математичної діяльності. Все це свідчить про *актуальність* дослідження різних аспектів творчого математичного мислення.

Пошуковий мисленнєвий процес у психології трактується як процес розв'язання задач. Процес розв'язування задач в більшій мірі пов'язаний з інформацією, що спершу здається нерелевантною [6,8]. Це вимагає активізації різноманітної інформації, та здатності її використовувати, щоб творити за межами досвіду. Тому *дослідження творчого математичного мислення базуються на аналізі пошуків розв'язку творчих математичних задач.*

Досліджуючи творчий мисленнєвий процес, спрямований на розв'язування задачі, науковці виділяють його складові процеси: розуміння задачі, формування гіпотези її розв'язку, апробація такої гіпотези; вивчають процесуально-динамічний та особистісний аспекти таких складових, з'ясовують їх сутність та значущість у мисленнєвому процесі т.п. При цьому вважається, що передумовою успішності будь-якого мисленнєвого процесу

є **розуміння** завдання, яке необхідно виконати [3,8,5]. В цьому випадку можна говорити про розуміння як про “стартовий майданчик” при розв’язанні зовсім або частково нових задач. Однак, розуміння творчої задачі є одним із його процесів, що забезпечує успішність розв’язання задачі. Цей процес супроводжується висуванням різноманітних гіпотез - припущеннями з різним ступенем обґрунтування, які повинні відповідати фактичному матеріалу на базі якого і для пояснення якого вони висуваються; відповідати законам, установленим в тій чи іншій науці. Рівень такої відповідності можна виявити за допомогою **апрообації** мисленневих гіпотез.

З іншого боку, мислення людини не працює за строгими логічними принципами, навіть якщо вона займається математичною діяльністю. Може статися, що на основі конкретних даних, вона може прийти до абсурдних висновків: замінити одну причину іншою, переставити причину і наслідок, не врахувати випадковості, скласти хибну уяву про існування кореляції там, де її немає тощо. Тому дослідження взаємодії процесів розуміння математичної проблеми та апрообації мисленневих результатів є важливою складовою **проблеми з’ясування психологічної сутності творчого математичного мислення**.

Вихідні передумови. В літературі зустрічаються різні підходи до вивчення математичної діяльності, які дещо умовно можна представити як: філософський, математичний, психологічний. При цьому, значна частина досліджень стосується математичної творчості, тобто дослідженню в першу чергу підлягав творчий аспект математичного мислення. Уявлення про критерії і зміст творчого мислення продовжують формуватися в наш час (Г. С. Костюка, С. Л. Рубінштейна, А. В. Брушлінського, О. М. Леонтьєва, О. К. Тихомирова, Д. Б. Богоявленської, Л. Л. Гурової, О. М. Матюшкіна, В. О. Моляко, Я. О. Пономарьова, А. Ф. Есаулова, І. С. Якиманської і ще багатьох інших), при цьому, науковці часто акцентують свою увагу на складові процеси творчого мислення: процес розуміння, процес прогнозування, апрообаційний процес.

Такі складові процеси творчого мислення здійснюються за допомогою одних і тих же операцій, але ці операції мають різне “психологічне забарвлення”, різну психологічну значущість для кожного з них [15,8,7]. Вивчення таких складових під різними кутами зору (через різні процеси) дає можливість, на нашу думку, повніше скласти цілісну уяву про психологію творчого математичного мислення.

Багато психологів, вважають розуміння аналітико-синтетичною діяльністю [5,10,11,13,14]. При цьому, науковці наголошують, розуміння як компонент мислення, має безпосереднє відношення не до виявлення нових знань, а до їх засвоєння, вписування нового в структуру досвіду, особистісного знання суб’єкта. Науковці вважаючи **розуміння** творчої задачі засобом пізнання проблемної ситуації, воно формується в процесі її розв’язання [14,15,16,17,18]. Тобто, розуміння творчої задачі являє собою не лише результат мислення, але є одним із його процесів, і бере активну участь у розв’язанні задачі, забезпечує успішність цього розв’язання. **Саме з таких позицій проводиться аналіз процесу розуміння в даній роботі.**

Як відомо, Л. Рубінштейн вважав мислення процесом, результати якого у вигляді понять і знань самі *включаються* в його подальший перебіг. Він висунув як головну ланку мислення особливу форму аналізу через синтез і називав її “основним нервом процесу мислення”: “Говорячи коротко і, тому, загально, грубо, ця основна форма аналізу, основний нерв процесу мислення полягає в наступному: об’єкт у процесі мислення включається у все нові зв’язки і в силу цього виступає у все нових якостях, які фіксуються в нових поняттях.” [10, с. 99].

Це, висуває апробаційні дії на передній план, бо саме вони сприяють оцінці нових якостей об’єктів для досягнення результату. Адже, як підкреслював О.К.Тихомиров, важливим є “...у які саме нові зв’язки, в якому обсязі, в якій послідовності, якими засобами включається об’єкт” [11, с. 8]. Автор відзначав, що психологічна характеристика процесу мислення (на відміну від логічної) проявляється тоді, коли ставиться запитання про критерії, засоби аналізу. “Із нашої точки зору, це не просто “процеси аналізування, синтезування, узагальнення”, але виникнення і складна динаміка емоційних оцінок, невербалізованих смислів, передчуттів, зміна установок у ході розв’язання задачі, виникнення й задоволення пізнавальних потреб” [11, с. 6]. Тобто ***психологічна сутність мислення не може розглядатися поза апробаційними діями людини.***

Таким чином, можна констатувати, що, згідно сучасної точки зору, яка переважає у психології, психологічна сутність процесу розуміння творчої задачі вбачається у зіставленні нової інформації зі старою, відомою суб’єкту, для виявлення сутності (часто прихованої) задачі через осмислення й переосмислення її змісту. А психологічною сутністю процесу апробації у творчому мисленні є порівнювальна взаємодія отриманих в результаті пошукових дій знань з існуючою суб’єктивною системою знань. Тому, постає завдання: ***з’ясувати психологічну сутність взаємодії процесу розуміння і апробаційного процесу у творчому математичному мисленні.***

Психологічні дослідження творчих математичних процесів – це дослідження процесів, що пов’язані з розв’язанням нестандартних математичних задач, народженням математичного відкриття, створенням нових математичних теорій. Існує ряд ґрунтовних досліджень психології математичного мислення, спрямованого на розв’язування задач [1,9,14,18]. Науковці констатують, що математичне мислення має свої специфічні прояви, пов’язані з: використанням математичної символіки; пануванням логічного методу доведення; наявністю алгоритму розв’язання багатьох задач; одночасним функціонуванням аксіоматичного і конструктивного методів побудови математичних теорій тощо [2,4].

Умова математичної задачі має багатопланову характеристику – це набір фактів і складових об’єктів задачі, що іноді не мають один з одним жодного очевидного зв’язку. Безпосередньо представлений в умові, такий набір може бути невеликим, але він доповнюється фактами іншого типу: раніше відомі математичні результати (аксіоми, визначення, теореми тощо) [12,14].

Щоб розв'язати задачу, перш за все необхідно вибудувати свою сукупність фактів у певну конструкцію. Проект розв'язку задачі повинна обов'язково виявитися елементом цієї конструкції. Це вимагає певного *розуміння* задачі. [14,16].

Відповідність проекту розв'язку умові й вимозі задачі з'ясовується через його апробацію, психологічним результатом якої є суб'єктивна впевненість у його правильності. З іншого боку, апробація є процесом *дослідження* отриманого результату, що пов'язано із специфікою математичної діяльності [2,4,6]. Адже *математичний* результат отримується на основі формалізації задачної ситуації, за допомогою введення й оперування математичними символами при дотриманні відповідних правил оперування математичними об'єктами, що не завжди є загальними. Тому отриманий математичний результат потребує "розкодування" символів, з'ясування умов достовірності результату. Отже в самій сутті апробаційних дій прослідковується певна залежність апробаційного процесу і процесу розуміння у творчому мисленні.

Мета нашої статті з'ясувати психологічну сутність взаємодії процесу розуміння і апробаційного процесу у творчому математичному мисленні.

Методи дослідження. В цій роботі досліджується творче математичне мислення студентів технічного вузу. Експериментальна діяльність студентів полягала у розв'язанні різноманітних творчих математичних задач. В експерименті прийняло участь 220 студентів Івано-Франківського національного технічного університету нафти і газу. Було підібрано 23 серії задач, так, щоб кожна серія сприяла вивченню певного аспекту математичного мислення. Усього використано 160 задач. Усі задачі були розділені на класи 4 основні класи: задачі на знаходження невідомої величини, задачі на доведення, задачі на побудову і задачі на дослідження. Відібрана система задач дала змогу моделювати більшість ситуацій властивих творчому математичному мисленню, а їх зміст передбачав можливість фіксування різних компонентів пошукового процесу.

Зауважимо, що ми розділимо пошуковий математичний процес на три етапи: вивчення умови задачі, формування гіпотези розв'язку та її перевірка і будемо його трактувати як одночасний перебіг трьох взаємопов'язаних, однаково значущих складових процесів: процесу розуміння математичної проблеми, процесу формування гіпотези розв'язку проблеми, процесу апробації мисленнєвих результатів, отриманих при розв'язанні математичної проблеми [6]. В даній статті акцентуємо увагу на взаємодії процесу розуміння творчої математичної задачі та апробації мисленнєвих результатів впродовж всіх етапів її розв'язання.

Виклад основного матеріалу дослідження. Звернемось до аналізу деяких базових складових творчого мислення. *Когнітивна складова* є основою мисленнєвого процесу, тому спершу проаналізуємо деякі аспекти когнітивного компоненту як складового досліджуваних процесів, віднісши до нього знання, накопичені суб'єктом; попередній досвід суб'єкта; суб'єктивні системи смислів; словниковий запас.

Розуміння — не зводиться до відтворення раніше пізнаного, а є процесом подальшого збагачення знань через розкриття нових для суб'єкта

зв'язків між речами. Засвоєння будь-якої нової інформації (в тому числі і тієї, що містить задача) відбувається як осягнення її смислу шляхом зіставлення нової інформації з наявними у суб'єкта знаннями. У процесі розв'язання задач, знання відбираються поетапно (відповідно до мікроетапів пошуку розв'язку), щоразу *зіставляються* з умовою й вимогою задачі і на цій основі знання селекціонуються, а сама задача переформулюється, або точніше сказати, змінюється певне співвідношення її умови і вимоги на основі єдиної системи понять. Тобто, відбувається певна *апробація* знань з метою їх подальшого застосування, будується певна модель проблемної ситуації, описаної задачею, а, отже, формується певний стан її *розуміння*.

Приріст знань у процесі розуміння відбувається також через створення мисленневих конструкцій, що зв'язують новий об'єкт із знаннями суб'єкта про світ. В акті осмислення математичного завдання процес побудови таких мисленневих конструкцій досить різноплановий. Це може бути приєднання кількох елементів, що далі функціонуватимуть як єдине ціле, складання кількох елементів (наприклад, функції $y = \sin x$ і $y = |x|$ складаються як $y = |\sin x|$), логічне переродження (наприклад, цілий вираз, що включає різні функції приймається за єдину змінну). Звісно, що такі мисленнєві новоутворення потребують певної апробації. З'ясовуються їх властивості, їх придатність виконувати певну роль. Результатом такої апробації стає суб'єктивна впевненість у доцільності (або недоцільності) їх використання, що змінює стан розуміння самої задачі.

У людей з великим обсягом знань активізується значно більше інформації, а здатність її використовувати дозволяє їм творити за межами того, чого їх вчили, тобто за межами досвіду. Нова інформація, що міститься в задачі, накладаючись на власний досвід суб'єкта, викликає з його пам'яті подібну задачу. Це може статись в результаті спеціальних мисленневих дій, спрямованих на пошук у власному досвіді подібної задачної ситуації (чи хоча б частини її). Якщо віднайдений еталон справді відповідає новій задачі, то це прискорює й поглиблює розуміння нового. Якщо ж подібність не суттєва, і це не виявлено досліджуванним, то такий стан речей може привести до хибного розуміння, надовго пригальмувати пошуковий процес. При цьому, встановлення відповідності гіпотетичного еталона досягається за допомогою його апробації.

Стосовно творчих математичних задач, це дуже актуально. В математиці існує ряд типів задач, алгоритм розв'язання яких відомий. Це є надбанням суб'єктивного досвіду студента. Відомий алгоритм розв'язання може "виступити" із досвіду настільки сильно, що замінить собою реальну картину співвідношень між математичними об'єктами і, звісно, негативно вплинути на стан розуміння задачі. У таких випадках можна констатувати тісний зв'язок процесу розуміння математичної задачі і апробаційного процесу: догадки першого активізують другий, при цьому, якість апробації може суттєво змінити розуміння математичної задачі. Таким чином, когнітивна складова творчого математичного мислення функціонує як активна взаємодія процесів розуміння і апробації.

Що стосується *операційного* компоненту розуміння творчих математичних задач, то він забезпечує оперування наявними у суб'єкта знаннями, співставленням нової інформації з наявною системою знань, засвоєнням нової інформації, включає методи виділення смислу задач. Крім того, він забезпечує висування й *селекціонування* гіпотез.

Процес розуміння частіше всього описують за допомогою тих самих операцій, що й будь-який мисленнєвий процес. Однак, в пошуковому процесі важливу роль відіграють не стільки безпосередньо самі операції, як суб'єктивні переваги в їх використанні – *стратегії досягнення мети*. Ці переваги мисленнєвої діяльності охоплюють з однієї сторони особливість творчої задачі, з іншої – суб'єктивні особливості мислення. В даній роботі віддається перевага підходу, що запропонований В.О. Моляко. З його точки зору, стратегія являє собою суб'єктивну розумову тенденцію, що спрямовує інтелектуальні дії суб'єкта при розв'язанні нових задач [12]. Мисленнєва стратегія суб'єкта, що розв'язує творчу математичну задачу, проявлялася вже на початкових етапах розв'язання творчої задачі і завершувалася суб'єктивним переконанням у правильності знайденого розв'язку.

У математичній діяльності будь-якого суб'єкта, операція порівняння чи не є найважливішою. Саме вона і породжувала дії за аналогією, всупереч аналогії, на основі комбінування чи їх поєднання. При розв'язанні математичних задач, часто спостерігаються дії за аналогією. Тенденція до аналогізування в процесі розуміння визначається пошуком аналогічного еталона зв'язку між структурними елементами задачі, пошуком аналогічної властивості чи наслідку взаємовідношення математичних об'єктів і теоретичних фактів. Такий пошук зводився до відшукування такого ракурсу геометричної фігури, такої властивості того чи іншого математичного об'єкта, що перетворював спочатку незрозумілу математичну інформацію на аналогічну до еталонної. І знову ж, висновок про придатність нового математичного об'єкта робиться на основі певних апробаційних дій.

Процес розуміння математичної проблеми може настати за допомогою стратегії комбінування. В цих випадках після аналізу, співставлення й переконання складових частин, конструюється цілісне бачення її змісту. І щоразу, новоутворений математичний об'єкт піддається апробації на предмет доцільності його застосування.

Деколи у студентів виникала ідея діяти всупереч аналогії, тобто отримати математичний результат всупереч відомому прийому, відомому правилу. Здійснена мисленнєва інверсія висувала на перший план інші властивості структурних елементів, інші теоретичні факти, на основі яких, після певних мисленнєвих перевірок настає розуміння задачі. Отже, операційна складова творчого математичного мислення також опирається на взаємодію процесів розуміння і апробації.

Процес розуміння математичної задачі має свій процесуально-динамічний характер. Читаючи задачу вперше, студент намагається зрозуміти її загальний смисл, щоб зорієнтуватися чи зустрівся він із задачами та-

кого типу, впізнати значення слів, символів. Тому перше прочитання має велике орієнтовне значення. Суб'єкт виділяє з контексту задачі відомі терміни (пригадуючи їх значення), символи, числа (що мають певні якісні ознаки): $\int f(x)dx$ - інтеграл певної функції; $\sin x$ – тригонометрична функція, і т.п..

Ознайомлюючись із умовою задачі, студенти розподіляють умову на головну й другорядну частини. Це сприяє подальшому цілеспрямованому вивченню умови задачі, її окремих частині. У більшості випадків, спочатку студенти відносять математичну задачу до певного класу, тобто визначають, що потрібно зробити (обчислити, довести, побудувати) і що для цього відомо. Слід зауважити, що у більш складніших випадках (евристичні задачі), ми спостерігали апробаційні дії на цьому, більш ранньому етапі розуміння задачі (“Спробуємо обчислити ... і буде встановлено твердження”, “Якщо б довести, то буде встановлено твердження”, “Потрібно виконати певну побудову. Обміркую яку.”

Зрозуміти - це віднести предмет чи явище до певної категорії - дати відповідь на запитання “що це таке? – перевести задачу на “свою” мову. Для цього студенти виділяли вузлові поняття задачі, пригадували основні теоретичні відомості, що пов'язані із задачею. “Своє” бачення умови задачі полягало у наданні певної знайомої математичної інтерпретації конкретній заданій ситуації, у графічних ілюстраціях тексту задачі, чи текстовому описі графічної ілюстрації, що подана умовою задачі. Тобто, відбувалося *селекціонування* наявних структурних елементів, що притаманне апробаційному процесу.

В таких випадках апробація мисленневих результатів була допоміжним актом, інструментом процесу розуміння, адже розуміння часто базується на порівнянні, а еталон порівняння вибирається з багатьох можливих, тобто, операція порівняння переходила у апробацію відібраного елемента, а якість апробації, певною мірою, визначала якість розуміння задачі. При цьому якість самої апробації визначалася станом розуміння.

У процесі розуміння висуваються гіпотези про те ціле, про яке йдеться у задачі. Подальший пошук керується такими гіпотезам. Коли вступає в дію визначення змісту інших деталей, під їх впливом здійснюється *селекція гіпотез*, що також притаманно апробаційному процесу. Апробація гіпотез, їх узгодження з умовою задачі, веде до нового змісту розуміння задачі. Тобто, знову спостерігалось *переплетіння процесу розуміння* творчої математичної задачі з *процесом апробації* мисленневих результатів.

Експериментальні задачі були запропоновані в текстовій чи символній формі, при цьому, частина з них була доповнена графіками, кресленнями. Ми спостерігали на початкових етапах мисленневої діяльності прагнення студентів зіставляти текст із наявними малюнками або доповнювати задачі “ілюстраціями”. Графічна чи схематична інтерпретація тексту і текстовий опис графічної чи схематичної інформації - це також є переведення змісту задачі на “свою” мову, який часто відіграє ключову роль у розумінні задачі. Супроводження текстового завдання “провокаційними” рисунками часто приводило до хибного розуміння завдання, якщо вчасно не було виявлено невідповід-

ність між текстом і рисунком. Тобто, знову можна констатувати, що розумінню задачі активно сприяє якісна апробація мисленневих результатів.

В подальшому пошуковому процесі спостерігається детальне обстеження елементів задачної ситуації, виявлення великої кількості їх властивостей. Для математики, що оперує символами, числами, важливим є настання взаємоузгодження семантичного й формального змісту, який містить задача. Потрібно прийняти рішення про необхідність більш-менш широкої інформації про ті об'єкти, які виражені такими символами, або встановити *допустимі значення для символів*, а, отже виконати певні апробаційні дії. Наприклад, при встановленні множини точок, що описуються нерівністю $x+y \leq l$, необхідно знати, де ця множина точок розміщена: на площині (пряма), чи у просторі (площина). Тобто, можна стверджувати, що *процес апробації* мисленневих результатів **“вмонтовується”** в процес розуміння математичної задачі і навпаки.

В результаті переведення умови задачі на “свою” мову, відбувається внутрішній поділ задачі на частини: яка інформація відома для досягнення мети (обчислити, довести, побудувати) і яку необхідно ще добути; які теоретичні відомості вже можна використати, а які ще невідомо як використати; які засоби можна застосувати для цього. Після описаних дій, задача набуває вигляду більш-менш цілісної системи математичних об'єктів – завершується формування певної моделі задачі і напряду пошуку її розв'язку. Однак задача ще містить ряд пробілів, які не дають можливості скласти вичерпну характеристику цієї системи, тобто існують “зайві”, або “недостаючі” елементи у задачі, які охоплює функціонуюча в даний момент розв'язання модель задачі.

Коли певна суб'єктивна модель задачі вже функціонує, апробаційні дії виконуються в межах цієї моделі. Саме завдяки апробації відкидають одні гіпотези, а з найбільш близьких формується провідна ідея розв'язування. В подальшому пошуковий процес спрямовується на наповнення деталями провідної гіпотези, що відбувається завдяки дослідженню нових структурних елементів та їх властивостей.

Апробаційні дії активізуються в процесі побудови логічних кроків, якими наповнюється провідна гіпотеза. Тепер апробовується доцільність використання певного елемента, на основі конкретних властивостей, актуалізованих конкретних теоретичних фактів, новоутворених структурних елементів. Дослідженню на корисність для провідної гіпотези піддаються отримані мікронаслідки з кожного логічного кроку. В цьому випадку, завдяки апробації, відкидаються нерезультативні мисленневі результати. І, навпаки, формальна, неякісна апробація проміжних ланок веде до “ходіння кругами” навколо раціональної ідеї, що не може сформуватись у повноцінну гіпотезу розв'язку. Всі ці мисленневі дії, забезпечуючи поглиблення розуміння задачі, водночас є діями апробаційного змісту.

Слід наголосити, що переважаюча ідея не завжди приводить до вірного розв'язку творчої математичної задачі. Коли виникало кілька ідей, студенти не завжди давали перевагу тій, яка сприяла би розв'язанню. Це можна, на нашу думку, пояснюється недостатнім розумінням задачі, тому про зміст пе-

реважаючої ідеї можна говорити як про ще один *індикатор розуміння* творчої математичної задачі. Не результативність вибраної ідеї виявляється у процесі її *апробації*. Тому усвідомлення невірною чи неповною розуміння умови задачі, невірною розв'язку деколи настає аж на цьому, більш пізньому, етапі розв'язання. Завершується апробаційний процес перевіркою і дослідженням гіпотези розв'язку (*апробацією гіпотези розв'язку*), адже зміст мисленневих дій апробаційного процесу творчого математичного мислення полягає у зіставленні результату з умовою й вимогою задачі; у перегляді ланцюга мисленневих кроків, що привели до результату; у його апробації в різних умовах, що не виходять за межі умови задачі і допускаються нею. Такі дії, формуючи суб'єктивну впевненість у правильності (або неправильності) знайденого розв'язку, водночас спрямовані на поглиблення розуміння сутності самої задачі.

Якщо ж апробаційні дії, що спрямовані на перевірку гіпотези розв'язку, виділяються в окремий пошуковий етап, вони підпорядковані домінуючій суб'єктивній мисленневій тенденції. Ця мисленнева тенденція визначає операційний зміст процесу апробації мисленневої гіпотези, що ґрунтується на діях за аналогією, всупереч аналогії, комбінаторних діях, чи їх поєднанні.

Найчастіше в процесі апробації при розв'язанні творчих математичних задач спостерігались дії за аналогією. При цьому, якщо суб'єкт формує свій план перевірки на основі аналогії, то мається на увазі й метод перевірки за аналогією до відомого методу й перевірка знайденої гіпотези розв'язку в ситуаціях, аналогічних до умови задачі. Мова йде про формування завдання етапу перевірки за аналогією до того, яке відоме суб'єкту або про пошук аналогічної до відомої йому інтерпретації знайденої гіпотези.

У процесі апробації математичного результату застосовуються реконструктивні дії. Як відомо, багато математичних операцій мають обернені операції. Зручно, наприклад, апробувати результат множення - діленням, результат інтегрування - диференціюванням тощо. Іншим прийомом реконструктивних дій є відшукання контрприкладу. Для цього відшукують сумнівно ланку в гіпотезі і добирають таку математичну ситуацію, в якій виконувався би висновок, але наслідки з цього порушували би умову математичного завдання. Для прикладу наведемо таке судження: "*Якщо $a > b$ то $a^2 > b^2$ для будь-яких a та b* " Відразу зауважимо, що це хибне судження. Для переконання в цьому варто підібрати такі два числа, для яких виконувалась би перша його частина ($a > b$) і не виконувалась друга ($a^2 > b^2$). Такими числами можуть бути 2 і -6. Справді, $2 > -6$ (кожне додатне число завжди більше будь-якого від'ємного числа), але $2^2 < (-6)^2 = 36$.

Такий прийом застосовується переважно там, де у студентів після утворення гіпотези виникало більше сумнівів, ніж упевненості у відповідності гіпотези умові й вимозі задачі. У таких випадках вони підшукували контрприклади, щоб остаточно переконатися у не результативності обраного шляху, який на певному етапі був досить привабливим для них.

В деяких випадках апробація сформованої гіпотези розв'язку була вдалим поєднанням дій за аналогією, на основі реконструкції чи на основі комбінування.

Проведений нами аналіз дає право стверджувати, що вибір механізмів апробації пов'язаний із змістом задачі й суб'єктом розв'язання. Попри це, слід відмітити, що напрям і глибина апробаційних дій значною мірою визначався станом розуміння математичної задачі. Часто саме стан розуміння задачі ставав механізмом, який запускав апробаційних дій, на фоні якого він проходив.

Висновки. Творчий математичний процес – є процесом, який гармонійно поєднує загальні ознаки інтелектуальної творчості із специфікою математичної діяльності, яка пов'язана з наявністю числових і символічних елементів, оперуванням формалізованими об'єктами часто при допомозі просторової уяви, існуванням алгоритмів розв'язання певного типу задач.

Зміст пошукових дій залежить від етапів розв'язання задачі (вивчення умови, пошук розв'язку, перевірка знайденого розв'язку), в яких його процесуально-динамічна сторона не лише проявляється, але й формується. *Процес розуміння суб'єктом творчої математичної задачі та процес апробації мають місце на всіх етапах процесу розв'язання і є взаємодоповняльними.* Їх результативність досягається завдяки взаємодії числової, символічної та просторової складової математичного мислення, причому розуміння умови задачі формує зміст апробаційних дій, а процес апробації сприяє формуванню розуміння математичної задачі.

Перспективою подальших досліджень даної проблеми є дослідження особистісного аспекту взаємодії процесів розуміння та апробації, його вплив на перебіг та взаємоузгодження всіх складових процесів творчого математичного мислення.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. *Адамар Ж.* Исследования психологии процесса изобретения в области математики. – М.: Соврадио, 1970. – 152 с.
2. *Вейль Г.* Математическое мышление. – М.: Наука, 1989. – 400 с.
3. *Знаков В.В.* Психология понимания: Проблемы и перспективы. Москва: Изд-во “Институт психологии РАН”, 2005. 448 с.
4. *Клайн М.* Математика. Поиск истины. – М.: Мир, 1988. – 295 с.
5. *Коваленко А.Б.* Проблема розуміння в працях українських психологів. / Теоретичні і прикладні проблеми психології, № 1(36) 2015 С. 190-197.
6. *Мойсеєнко Л.А.* Психологія творчого математичного мислення. – Івано-Франківськ: Факел, 2003. – 481 с.
7. *Мойсеєнко Л.Ф., Витвицька О.М., Кулініч Г.М.* Стратегія реконструювання як мисленнєвий механізм розуміння творчих математичних задач // Актуальні проблеми психології: Зб. наук праць Інституту психології ім. Г.С.Костюка НАПН України – К., Фенікс – 2019. - Т.ХІІ. Психологія творчості – Вип.25. – С.182-193.
8. *Моляко В.А.* Творческая конструкторология (пролегомены) Київ: Освіта України, 2007. 388 с.
9. *Пойа Д.* Математическое открытие. – М.: Наука. – 1976. – 336 с.
10. *Рубинштейн С.Л.* О мышлении и путях его исследования. – М.: Изд-во АН СССР, 1958. – 147 с.

11. *Tихомиров О.К.* Психология мышления. – М.: Изд-во МГУ, 1984. – 270с.
12. *Mumford M.D., Gustafson S.B.* Creativity syndrome: Integration, application and innovation. *Psychological Bulletin*. 1988. P. 27-43.
13. *Ziff P.* Understanding Understanding. Ithaca. London, 1972. 146 p.
14. *Mayer, R. E., Hegarty, M.* The Process of Understanding Mathematical Problems. In R. J. Sternberg, T. Ben-Zeev (Ed.), *The nature of mathematical thinking*. 1996. P. 29-53.
15. *Mahwah, NJ:* L. Erlbaum Associates. Drawings and Tables as Cognitive Tools for Solving Non-Routine Word Problems in Primary School /Timo Reuter¹., Wolfgang Schnotz², Renate Rasch³ *American Journal of Educational Research*. 2015, Vol. 3 No. 11, p. 1387-1397 DOI: 10.12691/education-3-11-7.
16. *Ortiz Enrique* The Problem-Solving Process in a Mathematics Classroom. *Transformations*: 2016. Vol. 1: Iss. 1, Article 1. P. 257-289. URL: <https://nsuworks.nova.edu/transformations/vol1/iss1/1>.
17. *Yaftian, N.* The outlook of the Mathematicians' Creative Processes. *Procedia. Social and Behavioural Sciences*. 2015. Vol. 191. P. 2515-2519. URL: <https://www.journals.elsevier.com/procedia-social-and-behavioral-sciences/special-issues>.
18. *Jaleel S, Titus B.* Effectiveness of Gaming Strategy on Mathematical Creativity of Students at Secondary Level. *Indian Journal of Applied Research*. 2015. Vol. 5(10). P. 243-245. URL: [doi: 10.15373/2249555X](https://doi.org/10.15373/2249555X).

REFERENCES TRANSLITERATED

1. *Adamar Zh.* Yssledovanyia psykholohyy protsessa yzobretenyia v oblasti matematyky. – М.: Sovradyo, 1970. – 152 s.
2. *Veil H.* Matematycheskoe myshlenye. – М.: Nauka, 1989. – 400 s.
3. *Znakov V.V.* Psykholohyia ponymanyia: Problemy u perspektivy. Moskva: Yzd-vo “Ynstytut psykholohyy RAN”, 2005. 448 s.
4. *Klain M.* Matematyka. Poysk ystyny. – М.: Myr, 1988. – 295 s.
5. *Kovalenko A.B.* Problema rozuminnia v pratsiakh ukrainskykh psykholohiv. / Teoretychni i prykladni problemy psykholohii, № 1(36) 2015 S. 190-197.
6. *Moiseienko L.A.* Psykholohiia tvorchoho matematychnoho myslennia. – Ivano-Frankivsk: Fakel, 2003. – 481 s.
7. *Moiseienko L.F., Vytvytska O.M., Kulinich H.M.* Stratehiia rekonstruiuvannia yak myslennievyyi mekhanizm rozuminnia tvorchykh matematychnykh zadach // Aktualni problemy psykholohii: Zb. nauk prats Instytutu psykholohii im. H.S.Kostiuka NAPN Ukrainy – K., Feniks – 2019. - T.XII. Psykholohiia tvorchosti – Vyp.25. – S.182-193.
8. *Moliako V.A.* Tvorcheskaia konstruktolohyia (prolehomeny) Kyiv: Osvyta Ukrainy, 2007. 388 s.
9. *Poia D.* Matematycheskoe otkrytye. – М.: Nauka. – 1976. – 336 s.
10. *Rubynshtein S.L.* O myshlenuu y putiakh eho yssledovanyia. – М.: Yzd-vo AN SSSR, 1958. – 147 s.
11. *Tykhomyrov O.K.* Psykholohyia myshlenyia. – М.: Yzd-vo MHU, 1984. – 270s.
12. *Mumford M.D., Gustafson S.B.* Creativity syndrome: Integration, application and innovation. *Psychological Bulletin*. 1988. P. 27-43.
13. *Ziff P.* Understanding Understanding. Ithaca. London, 1972. 146 p.
14. *Mayer, R. E., Hegarty, M.* The Process of Understanding Mathematical Problems. In R. J. Sternberg, T. Ben-Zeev (Ed.), *The nature of mathematical thinking*. 1996. P. 29-53.
15. *Mahwah, NJ:* L. Erlbaum Associates. Drawings and Tables as Cognitive Tools for Solving Non-Routine Word Problems in Primary School /Timo Reuter¹., Wolfgang Schnotz², Renate Rasch³ *American Journal of Educational Research*. 2015, Vol. 3 No. 11, p. 1387-1397 DOI: 10.12691/education-3-11-7.
16. *Ortiz Enrique* The Problem-Solving Process in a Mathematics Classroom. *Transformations*: 2016. Vol. 1: Iss. 1, Article 1. P. 257-289. URL: <https://nsuworks.nova.edu/transformations/vol1/iss1/1>.

17. *Yaftian, N.* The outlook of the Mathematicians Creative Processes. *Procedia. Social and Behavioural Sciences.* 2015. Vol. 191. P. 2515-2519. URL: <https://www.journals.elsevier.com/procedia-social-and-behavioral-sciences/special-issues>.
18. *Jaleel S, Titus B.* Effectiveness of Gaming Strategy on Mathematical Creativity of Students at Secondary Level.

Moiseienko L. A., Hural I. M., Smolovyk L. R. Psychology of interaction of processes of understanding and approbation in creative mathematical thinking. The article deals with the questions about the psychological essence of the interaction of thinking processes of understanding and approbation in solving creative mathematical problems. According to the research of mathematical thinking, its creative character has been established and the approach to its study has been determined through analysis of thinking actions in the process of solving creative mathematical problems. The authors emphasize that the effectiveness of search activities is achieved through the interaction of the numerical, symbolic and spatial components of mathematical thinking. The article states that the processes of understanding mathematical problems and approbation of thinking results function during the whole process of solving mathematical problems. It has been found out that the content of search actions aimed at understanding the problem and approbation of mental results depends on the stages of solving the problem (studying the condition, finding a solution, checking the solution found), in which their procedural and dynamic side is not only manifested, but also formed. Besides, the process of understanding a creative mathematical problem and the process of approbation are complementary to each other. It has been established that understanding the condition of the problem forms the content of approbation actions, and the process of approbation contributes to the formation of understanding of a mathematical problem. Approbation actions, forming a subjective belief in the correctness (or wrongness) of a mental result, are aimed at the same time at deepening understanding of the essence of the task. Approbation of mental results is an auxiliary act, a tool of the process of understanding, and the state of understanding forms the content of approbation.

Keywords: creative mathematical thinking, understanding of a mathematical problem, approbation of thinking results.

Отримано 05.11.2019

УДК 159.942

Москаленко Валентина Володимирівна

ДОСЛІДЖЕННЯ ОСОБЛИВОСТЕЙ ТВОРЧОГО МИСЛЕННЯ В КОГНІТИВНІЙ КОНЦЕПЦІЇ С.МОСКОВИЧІ

Москаленко В. В. Дослідження особливостей творчого мислення в когнітивній концепції С. Московичі. В статті на основі аналізу основних положень теорії соціальних репрезентацій С. Московичі проаналізовано особливості творчого мислення пересічної людини в процесі засвоєння нею наукових знань в умовах повсякдення. «Соціальні репрезентації» визначено як специфічну форму знання в сфері буденної свідомості, що об'єднує в собі понятійний і образний компоненти. Проаналізовано творчу функцію соціальних репрезентацій, яка полягає у перетворенні незнайомої інформації у знайому в результаті трансформації структурних елементів та функцій ментальних феноменів наукового знання у когнітивні елементи буденної свідомості. В статті проаналізовано фактори, що детермі-